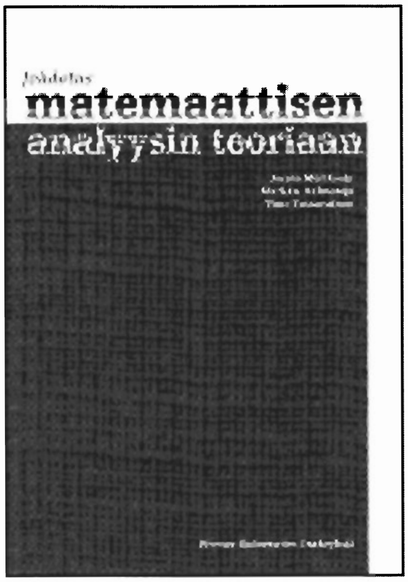
Jorma Merikoski, Markku Halmetoja ja Timo Tossavainen: *Johdatus matemaattisen analyysin teoriaan.* WSOY 2004. 133 sivua.



Werner Söderström jatkaa korkeakoulutasoisen matematiikan oppimateriaalin kustantamista. **Jorma Merikosken, Ari Virtasen** ja **Pertti Koiviston** *Johdatusta diskreettiin matematiikkaan* (2004) seuraa nopeassa tahdissa Merikosken kahden muun yhteistyökumppanin kanssa kirjoittama matemaattisen analyysin peruskurssin alkuosan kattava kirja. Tämä on kiitoksen arvoista työtä: kyllä suomen kielikin matematiikkansa ansaitsee. Ja tunnetusti korkeaa kynnystä yleissivistävän koulun laskennosta oikean matematiikan abstraktiin maailmaan varmasti madaltaa se, että opiskelijan ei tarvitse painiskella kielenymmärtämisongelmien kanssa.

Tekijät palauttavat esipuheessaan mieleen **Ernst Lindelöfin** oppikirjasarjan ensimmäisen osan *Johdatuksen korkeampaan analyysiin*, (jonka ensimmäinen painos ilmestyi 1912), mutta korostavat yhtäläisyyden jäävän lähinnä nimeen. Vaikka molempien teosten asema matematiikan yliopisto-opetuksessa on likimain sama, kirjojen erot ovat toki suuret. Lindelöf lähtee liikeelle alkeisfunktioista ja konkreettisesta likiarvolaskennasta ja päättää runsaan ja rönsyilevänkin yli 600-sivuisen esityksensä reaalilukujen määrittelyyn Dedekindin leikkauksina. Merikoski ja kumppanit aloittavat fyysisesti paljon ohuemman teoksensa – niin kuin opetuksessa jo kauan on tapana ollut – reaalilukujen aksiomaattisesta määritelmästä. He eivät kuitenkaan esitä suoraan reaalilukuja tietyt aksioomat täyttävänä joukkona, kuten pitkään käytetty **Lauri Myrbergin** *Differentiaali- ja integraalilaskenta* (Kirjayhtymä 1974), vaan perustelevat ensin aksiomaattisen menetelmän käytön esittämällä esimerkkinä vektoriavaruuden aksiomaattisena rakenteena ja panevat pystyyn tarvitsemansa formalismin, funktion määritelmän relaation käsitteen pohjalta ja järjestetyn kunnan perusominaisuudet. Tämän jälkeen tarvitaan vain täydellisyysaksiooma, ja reaaliluvut ovat käytettävissä.

Varsinaisesta analyysistä esitetään ydin: lukujonon raja-arvo, monotonisen lukujonon suppenemislause, funktion raja-arvo, funktion jatkuvuus ja jatkuvan funktion perusominaisuudet, siis Bolzanon lause ja suljetulla välillä jatkuvan funktion rajoittuneisuus ja ääriarvon saavuttaminen.

Kirjan päättää jakso, jossa esitellään eri tapoja rakentaa reaaliluvut rationaalilukujen päälle – Dedekindin leikkaukset, Cauchyn jonojen ekvivalenssiluokat ja "konkreettinen" tapa: päättymättömät desimaaliluvut. Konstruktioiden detaljit on upotettu harjoitustehtäviin.

Funktion raja-arvon ja jatkuvuuden käsittely perustetaan – esim. **Olli Martion** viime vuosina propagoiman kannan mukaisesti, lukujonojen raja-arvoihin. Onko tämä sittenkään paras tapa, on varmaan makuasia. Ainakaan mikään pakko ei sanelisi teoriassa asioita mutkistavan lisäelementin mukaan tuomista. Kriteeri, jossa pitää periaatteessa testata funktion käyttäytyminen kaikilla mahdollista jatkuvuuspistettä lähestyvillä jonoilla, tuntuu ajatuksellisesti raskaammalta kuin funktion arvojen tutkiminen suoraan jatkuvuuspisteen läheisissä pisteissä.

Kirjan pyrkii kompromissiin tiukan määritelmä–aksiooma–lause -esityksen ja vapaamuotoisemman kirjoittamisen välillä. Jotkin käsitteet, kuten raja-arvo, tuodaan lukijan eteen ensin suuripiirteisemmin ja sitten täsmällisesti. Määritelmiä ja lauseita ei numeroida, mutta ne esitetään typografisen korostuksen ja otsikon jälkeen sulkeisiin sijoitetun määritteen ("määritelmä", "lause") avulla. Ehkä tämä hiukan nykyisten koulukirjojen kaltainen esitystapa on omiaan madaltamaan kynnystä abstraktiin matematiikkaan. Tekijät ovat onnistuneet löytämään joka lukunsa ingressiksi pikku sitaatin kaunokirjallisuudesta.

Varsin mittavan asiakokonaisuuden mahduttaminen itse asiassa alle 120 sivuun ei onnistuisi, ellei olennaista osaa tarpeellisista todistuksista olisi sijoitettu harjoitustehtäviksi. Harjoitustehtäviä on kirjassa numeroituina tasan 300. Parhaimmillaan harjoitustehtävän teksti on yli sivun mittainen (tehtävä, jossa lukijan on perusteltava luonnollisten lukujen joukon laajennus kokonaislukujen joukoksi.) Kirjan tekijät lupaavat suuren osan harjoitustehtävien ratkaisuja löytyvän kirjassa annetusta verkko-osoitteesta. Tätä kirjoitettaessa (12. helmikuuta 2005) osoitteesta löytyi 44 tehtävän ratkaisu, 25 sivulla. Voi toivoa kokoelman karttuvan. Samassa osoitteessa on myös parin kirjaan jääneen epätarkkuuden oikaisu.

Matti Lehtinen