

George Pólya: *Ratkaisemisen taito. Kuinka lähestyä matemaattisia ongelmia.* Suomentanut Johanna Järnström. Art House 2014. 277 s.

Pólyan klassikkoteos *How to Solve It – A New Aspect of the Mathematical Method* on viimein suomennettu. Alkuteoksen ensimmäisen laitoksen ilmestymisestä on kulunut jo 70 vuotta ja se on ollut luettavissa jo ainakin kolmellakymmenellä sivistyskielellä.

Vuonna 1887 Budapestissa syntynyt ja 1985 Palo Altossa Kaliforniassa kuollut Pólya oli monilla matemaatiikan aloilla toiminut tutkija. Matematiikassa hänen nimensä on yhä ajankohtainen. Pólyan *laskentamethodi* on kombinatoriikan vakiintunut termi, ja esimerkiksi juuri ilmestynyt *American Mathematical Monthly* numero sisältää artikkelin Pólyan *satunnaiskävelystä*. Jo 1925 Pólya julkaisi yhdessä maanmiehensä ja ikätoverinsa Gabor Szégön kanssa klassikoksi muodostuneen *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis* -oppikirjan, joka johdattaa matemaattiseen analyysiin nojautumalla lukijan omatoimisiin tehtävienratkaisuihin. (Kun Pólya toisen maailmansodan aikana emigroitui Yhdysvaltoihin, Szégö oli Stanfordin yliopiston matematiikan laitoksen esimies, ja otti ystävänsä töihin.)

Toisin kuin useat muut nimekkäät unkarilaiset matemaatikkoikätoverinsa Pólya ei ollut varhaiskypsä. Hän päätyi matematiikkaan vasta opiskeltuaan lakia ja hankittuaan latinanopettajan pätevyyden. Ehkäpä tässä on tausta sille, että Pólyaa kiinnosti suuresti paitsi matematiikka itse, myös se, miten matematiikkaa syntyy. Sehän ei yleensä synny samassa järjestyksessä kuin sitä esitetään. Matematiikan merkkimiehistä kysymystä olivat pohtineet ainakin Pappus, Leibniz, Descartes ja Bolzano. Pólya esitti paljon omiin kokemuksiinsa perustuvan heuristisen näkökulmansa useissakin yhteyksissä ja esillä olevaa teosta laajemmin. *How to Solve It* on kuitenkin Pólyan pysyvän maineen kulmakivi.

Ratkaisemisen taito -teoksen näkökulma on opettajan, jonka nuori oppilas ponnistelee matematiikan alkeiden parissa ja yrittää ratkaista yleensä tarkkaan määriteltyä matemaattista ongelmaa. Lähinnä Pólya neuvoo opettajaa tekemään niitä kysymyksiä, jotka voivat auttaa oppilasta eteenpäin, mutta antavat tämän kuitenkin itse keksiä sen, mikä on keksittävä.

Pólyan menetelmän ydin on heti kirjan alussa. Runsaalla aukeamalla esitetään ongelman ratkaiseminen neljä vaihetta: itse ongelma on *ymmärrettävä*, on hahmoteltava *ratkaisusuunnitelma*, se on *toteutettava* ja

lopuksi ratkaisua on *tarkasteltava*. Vaiheet on esitetty kysymysten muodossa. Ne tuntuvat aika ilmeisiltä ja talonpoikaisjärjen mukaisilta. Loppuosa kirjasta selventää ja täydentää näitä neljää askelta. Menetelmää selitetään ensin yksityiskohtaisemmin ja sitä valaistaan esimerkein (joista laajimmin käsitellään suorakulmaisen särmiön avaruuslävistäjän pituuden määrittämistä), sitten esitetään lyhyt esimerkki opettajan ja ongelmaa ratkaisevan oppilaan mahdollisesta dialogista. Kirjan laajin osasto on sen kolmas, 67 eripituista aakkosellisesti järjestettyä lukua käsittävä ”heuristiikan sanakirja”. Viimeinen luku antaa mahdollisuuden soveltaa kirjan oppeja 20 tehtävään, joihin annetaan ensin ratkaisuvihjeitä ja sitten vielä ratkaisut.

Pólyan menetelmä ei suoraan sovi pystymetsästä tulleen käyttöön. Se on selvästi sidoksissa siihen (kulta?)-aikaan, jolloin matematiikan hyvässä oppimisessa ongelmien ratkaisua pidettiin tärkeänä ja matematiikan keskeisin osa-alue oli geometria. Tämän huomaa vaikkapa siitä, että ratkaisusuunnitelman hahmottamisen ensimmäiset kysymykset liittyvät siihen, onko ratkaisija aikaisemmin kohdannut samanlaisen ongelman tai ongelman, jossa tuntematon on samaa laatua kuin nyt kysytty. Suorakulmaisen särmiön avaruuslävistäjään pääsee käsiksi, kun muistaa suorakulmion lävistäjän. Mutta samanlaisia ongelmia on voinut kohdata vain ratkaisija, jolla jo on kokemusta.

Pólyan kirja on täynnä ajatuksia ja havaintoja, joita voisi sovittaa nykyajan matematiikanopetuskeskusteluun. Esiteltyään yksinkertaista euklidista todistusta kolmion kulmien summalle hän puuskahtaa: ”Mikäli opiskelija ei kertaakaan matematiikan opintojensa aikana ole joutunut ymmärtämään [tuollaisia] todistuksia, hänellä on hyvä syy antaa armoston moite opettajalleen ja koululleen.”

Kirjan suomennos on sujuvaa ja pitkälti alkutekstille uskollista. Kolmannen osaston artikkelit suomentaja on järjestänyt uudelleen suomenkielen aakkosjärjestykseen ja siis melko lailla eri järjestykseen kuin alkuteoksessa (jonka aakkostus on sekini epästandardi, kun aakkostusperusteena näkyy olevan englannin-

GEORGE PÓLYA
RATKAISEMISEN
TAITO



KUNNIA
LÄHESTYÄ
MATEMAATTISIA
ONGELMIA

kielen määräävä artikkelikin). On vaikea sanoa, onko tässä jotain menetetty. Matemaatikkolukijan silmään pistävät vain muutamat huonot tai epätarkat termit: monikulmion kulmat, kun tarkoitetaan sen kärkiä, yhtenevyys yhdenmuotoisuuden sijasta, *calculus*, 'differentiaali- ja integraalilaskenta' laskentona tai *computer* 'laskija (ihminen)' tietokoneena. Toivoisi tietysti, että tällaisen käännöksen tarkistaisi ammattilainen. Kustannustoimittajakin olisi voinut huomata, että kirjaan on jäänyt useita "sivulla sss rivillä rr" -muotoisia viittauksia ja sen, että Kolumbuksen Amerikan löydön päivämäärä on ilmoitettu 150 vuotta todellista myöhäisemmäksi.

Professori **Markku Hannula** on kirjoittanut Pólyan teoksen suomenkielisen laitoksen alkuun lyhyen esittelyn. Hänen mielestään *Ratkaisemisen taito* sopii hyvin matemaattisesti suuntautuneelle lukiolaiselle ja on matematiikan opiskelijalle jokseenkin välttämätön hankinta. Tähän on helppo yhtyä. Hannula jatkaa sitten, että jokaisen matematiikan opettajankin kirjahyllystä tulisi löytyä jokin ongelmaratkaisutaitoa käsittelevä teos. *Ratkaisemisen taito* on ilmeinen ehdokas tällaiseksi.

MATTI LEHTINEN