Den fjärde Nordiska Matematikolympiaden

Matti Lehtinen

War College
P.O. Box 266
SF-00171 Helsinki

Den fjärde nordiska matematikolympiaden, eller kanskje mer beskrivande — matematiktävlingen, ägde rum den 5 april 1990. För första gången kan NMO nu kallas en samnordisk tävling, eftersom alla de fem nordiska länderna deltog med åtminstone ett halvt dussin elever. Totalantalet deltagare var 60. — De flesta deltagarna var kandidater för den internationella matematikolympiaden (IMO), och NMO i sin helhet kan betraktas som ett led i träningen för IMO.

De centrala arrangementen sköttes detta år i Finland; huvudsakligen av Eero Saksman och Matti Lehtinen. Av de fyra uppgifterna i tävlingen föreslogs två (nummer 1 och 3) av Island, en (nummer 2) av Sverige och en (nummer 4) av Finland. De flesta deltagarna skrev sina svar i sina egna skolor. Den tillåtna skrivtiden var fyra timmar. Första granskningen av svaren gjordes av tävlingens kontaktpersoner i deltagarländerna (*Åke Samuelsson* i Sverige, *Jon Reed* i Norge, *Sven Toft Jensen* i Danmark och *Robert Magnus* i Island). Deres arbete koordinerades i Finland - koordineringen innebar endast ett par förändringar i de poängtal som hade föreslagits av kontaktpersonerna.

Resultaten visade klart att geometrin är et mycket svårt ämne för elever nuförtiden: det fanns inte ett enda ens nöjaktig svar till problem 3, som i och för seg inte är så svårt. Till de andra tre problemen (ett om delbarhet, en olikhet och ett numerisk-kombinatoriskt problem) fick vi ganska många rätt goda svar. I ärlighetens namn bör man dock observera at problemen i NMO var avsevärt lättare än de som man vanligen möter i IMO.

En god placering i NMO har ingenting med materiella förmåner att göra: det ända priset var ett diplom.

Uppgifter

Tävlingstexten var:

IV:e NORDISKA MATEMATIKOLYMPIADEN
5 april 1989

Skrivtid: 4 tim
För varje problem ges maximalt 5 poäng.

Problem 1
Låt m, n och p vara udda positiva heltal. Visa att talet

$$\sum_{k=1}^{(n-1)^p} k^m$$

är delbart med n.

Problem 2
Låt $a_1, a_2, \ldots, a_n$ vara reella tal. Visa att

$$\sqrt[3]{a_1^3 + a_2^3 + \cdots + a_n^3} \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}\,.$$

När inträffar likhet?

Problem 3
Låt $\triangle ABC$ vara en triangel och P en punkt i det inre av $\triangle ABC$. En linje l går genom punkten P och skär AB och AC (eller deras fölängingar) i två olika punkter Q och R. Punkterna Q och R ligger på samma sida om linjen genom A parallell med sidan BC. Hur ska l väljas för att omkretsen av triangeln $\triangle AQR$ ska bli så liten som möjligt?

Problem 4
På mängden av positiva heltal är tre operationer f, g och h tillåtna:

$$f(n) = 10n\,, \quad g(n) = 10n + 4 \quad \text{och} \quad h(2n) = n\,,$$

dvs. man kan ändra ett tal, skrivet i desimalsystemet, genom att lägga till en nolla eller en fyra som slutsiffra eller, om talet är jämnt, dela det med två.
Visa: om man startar med 4, så kan varje positivt heltal konstrueras genom att man utför ett ändligt antal av operationerna f, g och h i lämplig ordning.

Resultat

Resultat vid IV.e Nordiska Matematikolympiaden 1990

1	Kimmo Uutela	F	5	5	0	5	15
2	Peter Grenholm	S	4	5	–	5	14
3	Jan Kristian Haugland	N	4	4	2	3	13
4	Anders Skovsted Buch	D	5	5	2	–	12
	Oddvar Kloster	N	5	4	0	3	12
	Morten Krogh	D	5	5	–	2	12
	Peter Österlund	S	4	4	0	4	12
8	Mika Seppä	F	5	4	0	2	11
9	Kasper Andersen	D	5	5	0	–	10
	Mats Andersson	S	5	5	–	–	10
	Fredrik Andreasson	S	5	3	0	2	10
	Olafur Örn Jonsson	I	5	5	0	–	10
	Morten Kloster	N	5	2	–	3	10
	Jörgen Lorentz	N	5	4	0	1	10
	Anders Strömbergsson	S	5	5	–	–	10
	Frank Wikström	S	0	5	0	5	10