

LOREN C. LARSON: *Problem-Solving Through Problems*. Problem Books in Mathematics, Springer-Verlag, 1983, 332 sivua.

Matemaatikon imagoon – ainakin maallikkojen keskuudessa – liittyy fiksuus: matemaatikon oletetaan osaavan keinot vaikeidenkin matemaattiseen asuun puettavissa olevien ongelmien ratkaisemiseksi. Lieneekö matematiikan yleinen abstrahoituminen opetuksen eri tasoilla aiheuttanut sen, että tämä kuva ei aina ole kovin todenmukainen. Jokainen tentinlaatija tietää kokemuksistaan, että jos haluaa kysymyksiin vastauksia, ei saa vaatia, että vastaajan tulisi kyetä yhdistelemään asioita oppikurssin eri osista tai peräti sen ulkopuolelta. Matemaatikolle ei opeteta eikä häneltä opiskelussa vaadita ongelmanratkaisutaitoa eikä ongelmanratkaisijan kärsivällistä ja yritteliästä asennetta.

Matematiikka on taito, joka suuressa määrin opitaan tekemällä. Tämä viisaus on viime vuosina voittanut maailmalla (uudelleen?) jalansijaa. Didaktikot kirjoittavat kilvan ongelmanratkaisun opettamisesta ja opettamisesta ongelmanratkaisun avulla. Kustantajatkin ovat heränneet: Springer on muutama vuosi sitten käynnistänyt sarjan *Problem Books in Mathematics*. Osa näistä ongelma-kirjoista pyrkii opettamaan matematiikkaa – klassisen Polyan ja Szegön *Aufgaben und Lehrsätze* -teoksen tapaan – osa, kuten esillä olevan Loren Larsonin kokoelma, pitää itse ongelmanratkaisua ensisijaisena.

Larsonin kirjan kahdeksasta luvusta ensimmäinen on omistettu matemaattisten tehtävien ratkaisussa tavallisimmille heuristisille periaatteille. Larsonilla ne ovat suurin piirtein samat kuin Polyan viehättävässä *How to Solve it* -teoksessa. Ratkaisijan useimmiten tietämättään soveltamia heuristisia periaatteita ovat mm. kuvion piirtäminen, tehtävän modifiointi helpommin lähestyttävään muotoon, symmetrian hyväksikäyttö, ääritapausten tarkastelu, säännönmukaisuuksien etsiminen yksittäistapausten avulla ja parillisuustarkastelut. Kutakin periaatetta Larson valaisee verraten yksinkertaisin esimerkkitehtävin, joista osa on ratkaistu. Toinen luku on kokonaan omistettu keskeisille ongelmanratkaisijan matemaattisille menetelmille, induktiolle ja ns. laatikkoperiaatteelle: jos $n + 1$ esinettä sijoitetaan n :ään laatikkoon, niin johonkin laatikkoon tulee enemmän kuin yksi esine.

Loppuosa Larsonin kirjaa, luvut 3–8, sisältää aihepiireittäin luokiteltuja tehtäviä aritmetiikasta, algebrasta, sarjoista, differentiaali- ja integraalilaskennasta, epäyhtälöistä ja geometriasta. Systematiikka ei ole kovin jäykkä, ja kunkin jakson lopussa luetellaan vielä aihepiiriin liittyviä, mutta toisen otsikon alle sijoitettuja tehtäviä. Ratkaisijoilta vaadittava kunkin aihepiiriin tietomäärä rajoittuu aivan alkeisiin, ja osa tarvittavista esitiedoista sisältyy ratkaistuihin tehtäviin tai lukujen lyhyisiin johdantoihin. Se joka tehtävät huolellisesti ratkaisee, oppii kuitenkin varmasti kunkin otsikon ilmaisemasta aihepiiristä aika paljon.

Larsonin kirjassa on yhteensä yli 700 tehtävää, joista runsas kolmannes esitetään ratkaisuiheen. Mukana ovat useimmat yleisesti tunnetut alkeismatematiikan ongelmat ja knopit sekä suuri joukko harvinaisempia; näistä Larson mainitsee lähteensä. Se on

tavallisimmin Stanfordin William Lowell Putnam -kilpailu tai American Mathematical Monthly -lehden tehtäväosasto, usein myös jokin koululaiskilpailu. Suurin osa Larsonin tehtävistä soveltuukin loistavasti matemaattiikkaolympialaisiin valmentautuvien käyttöön. Sangen tervetullut olisi meilläkin matematiikan yliopisto-opintoihin suunnilleen Larsonin kirjan materiaalin sisältävä ongelmanratkaisukurssi tai -seminaari. Vaikka ongelmanratkaisijaksi ei voi varsinaisesti oppia, taidossa voi harjaantua, ja harjaanuttamismateriaaliksi olisi eittämättä sopivinta aines, joka ei tiedollisesti ole liian spesifistä.

MATTI LEHTINEN