Kirjallisuutta: Perspektiivejä matematiikkaan ja taiteeseen

Simo Kivelä: Perspektiivikuvan geometriset perusteet. Tammerteknikka 2008. 116 sivua. 29,50 €.

Ajat muuttuvat. Teekkarien pakolliseen oppimäärään ei enää aikoihin ole kuulunut deskis, deskriptiivinen geometria eikä lukiosivistykseen vähänkään kunnollinen euklidisen geometrian kurssi. Geometria ei kuitenkaan ole kolmiulotteisesta ympäristöstämme kaikonnut, ja sen laskennalliset metodit asustavat niin arkkitehtien ja suunnitteluinsinöörien CAD-ohjelmistoissa kuin pelien ja muiden virtuaalimaailman toteutusalgoritmeissa, kuitenkin käyttäjältä piilotettuna.

Teknillisen Korkeakoulun pitkäaikainen deskriptiivisen geometrian opettaja, nyt jo eläköitynyt Simo Kivelä on julkaissut viehättävän teoksen, jossa geometrian konkretia hyvin tulee esille. Hän ottaa esille yksinkertaisen ja lukemattomia kertoja käytännössä toteutuvan prosessin, kolmiulotteisen maailman kuvaamisen tasoon. Tämähän voi tapahtua monin tavoin. Kivelä keskittyy ehkä tavallisimpaan tapaan, perspektiivikuvaan eli avaruuden kuvaamiseen tasolle keskusprojektiota käyttäen. Silmän verkkokalvo on kaksiulotteinen, samoin valokuvan pinta. Perspektiivi on kanssamme kaiken aikaa. Perspektiivin ymmärtämisen historia kietoo yhteen kuvataiteen ja matematiikan. Katselkaapa Keski-Euroopan taidemuseoissa varhais- ja täysrenessanssin mestareita. "Valokuvantarkka" näköisyys ei ollut alkuaan taiteen itsestäänselvyys, niin kuin se ei sitten myöhemminkään taas ollut. Kivelä kertoo kirjassaan lyhyesti nämä asiat. Toinen, tavallaan yksinkertaisempi projektiokuvausperhe ovat yhdensuuntaisprojektiot. Korvaamaton apu kolmiulotteisten kappaleiden kuvaamiselle kaksiulotteisella paperilla on aikanaan ollut Mongen menetelmä. Kappaleen yhdensuuntaisprojektiot kahdelle keskenään kohtisuoralle tasolle voidaan mukavasti kääntää niin, että lopulta kaikki kolmiulotteinen informaatio sisältyy kaksiulotteiseen kuvaan ja on siitä rekonstruoitavissa euklidisin työkaluin, viivoittimella ja harpilla. Kivelä selvittää tämän yhden piirrosesimerkin avulla.

Historiallisen johdannon jälkeen Kivelä esittää perspektiivikuvauksen ja yhdensuuntaisprojektion keskeiset säilymisominaisuudet, edellisessä tapauksessa kaksoissuhteen säilymisen, jälkimmäisessä janan jakosuhteen. Sitten esitys siirtyy perspektiivikuvan konstruoimiseen, jossa avuksi tulevat tietyt erikoispisteet kuten pakopisteet ja katoamispisteet. Projektiokuvaukset eivät ole bijektioita, kutistetaanhan niissä jo avaruuden dimensiolukuakin. Kivelä esittää ohjelman, jota seuraten perspektiivikuvasta on kuitenkin usein mahdollista ratkaista esillä olevan perspektiivikuvan alkukuva.

Yhdensuuntaisprojektioita eli aksonometrisiä projektioita Kivelä lähestyy Pohlken kuvioiden eli ortonormaalin kannan kuvien kautta. Kun projektioon liittyä Pohlken kuvio tunnetaan, voidaan jokaisen avaruuden pisteen kuva määrittää murtoviivana, jonka osien pituudet määräytyvät pisteen kolmesta avaruuskoordinaatista. Eri projektioita tai eri Pohlken kuviota havainnollistetaan esimerkkikuvin. Myös toinen yhdensuuntaisprojektion piirtämismetodi, Schmidin–Eckhardtin menetelmä esitellään.

Kirjan viimeistä edellinen luku näyttää, miten projektiot synnytetään laskemalla ja miten pyöreille kohteille kuten ympyrälle tai pallolle käy projektiossa. Kun projektiopiste on aina jonkin suoran ja tason leikkauspiste, kuvapisteen löytämiseksi riittävät tietyt yksinkertaiset vektorioperaatiot, niin kuin Kivelä osoittaa. Ympyrän perspektiivikuva taas johtaa suoraan kartioleikkauksiin elo toisen asteen käyriin. Viimeisessä luvussa Kivelä viittaa lyhyesti geometrian osaan, jonka juuret ovat perspektiivissä: projektiiviseen geometriaan. Sen syvällisempi käsittely olisi sitten jo oman kirjansa arvoinen.

Kivelän esitys, vaikka se onkin melko lailla kansantajuista, ei ole aivan nopeasti luettavaa. Mutta kun malttaa perehtyä esityksen mukana oleviin kuviin, asiat avautuvat. Varsinaisia harjoitustehtäviä valmiine ratkaisuineen ei kirjassa ole. Geometriseen täsmällisyyteen Kivelä suhtautuu joustavasti. Esimerkiksi väite "jokainen teräväkulmainen kolmio on (jonkin kolmen keskenään kohtisuoran suoran) pakopistekolmio" todistetaan ns. neusis-menetelmällä, joka ei olisi kelvannut Eukleideelle, mutta jonka kaltaista itse Arkhimedes käytti jakaessaan kulmaa kolmeen yhtä suureen osaan. Epäilystä tuloksen pätevyydestä ei toki jää.

Kivelän kirja ja sen asiat linkittävät matematiikkaa kahteen ihmistoiminnan usein kaukaisiksi koettuihin kenttiin: tekniikan täsmälliseen asioiden esittämiseen ja kuvataiteeseen. Löytyykö Suomesta ennakkoluulottomia matematiikan ja kuvataiteen opettajia, jotka koostaisivat lukion erikoiskurssin tai kerhomateriaalin matematiikasta ja taiteesta? Kivelän kirja antaisi pohjan.

Matti Lehtinen