

Matematiikkaolympialaisten merkkivuosi

MATTI LEHTINEN Maanpuolustuskorkeakoulu

Romanialaisella matemaatikolla Tiberiu Romanilla oli 40 vuotta sitten idea, jonka hän myös toteutti. Kun kerran Romaniassa ja monissa sosialistisissa veljesmaissa pidettiin koululaisten matematiikkakilpailuja, niin miksei voitaisi pitää yhteiset, kansainväliset kilpailutkin? Ja 23. heinäkuuta 1959 koontuivatkin romanialaisten lisäksi Unkarin, Puolan, Tšekkoslovakian, Bulgarian, DDR:n ja Neuvostoliiton joukkueet Bukarestiin Kansainvälisiin matematiikkaolympialaisiin.

Tiberiu Roman ei varmaan arvanut, että hän seisoi 15. heinäkuuta 1999 83-vuotiaana televisiokameran edessä Bukarestin Kuninkaallisen palatsin konserttisalissa 40. kansainvälisten matematiikkaolympialaisten avajaisissa, 81:tä eri maata edustavien 450 kilpailijan ja epälukuisen toimitsija- ja huoltajajoukon ympäröimänä, aloittamassa kilpailua, jonka rakenne ja henki on pysynyt jotakuinkin sellaisena, jollaiseksi hän työtovereineen sen hahmotti 40 vuotta sitten.

Romania oli talousvaikeuksistaan huolimatta panostanut näytävästi juhlaolympialaisiinsa. Kilpailu oli esillä katukuvassa ja korkeat viranomaiset, kärjessä kilpailujen suojelija, Romanian presidentti *Emil Constantinescu*, osallistuivat kilpailun tapahtumiin. Kilpailijoiden majoitus ja täysihoito Teknillisen korkeakoulun asuntolassa ei ollut aivan viiden tähden luokkaa, mutta varsin kelvollinen. Tuomaristo saattoi tehtävienlaati-



misvaiheessa nauttia Karpaattien maisemista Poiana Brașovissa. Kilpailijoille suotiin sama mahdollisuus Braniin ("Draculan linnaan") ja Sinaiaan suuntautuneen retken aikana. Matemaattisen yhdistyksen vastaanotto samoin kuin olympialaisten päättäjäistilaisuus järjestettiin Romanian parlamenttitalossa, alkuaan diktaattori Ceausescun palatsikseen rakennuttamassa "maailman toiseksi suurimmassa rakennuksessa", jonka mittasuhteet ja prameus olivat mykistävät.

Romania on matematiikkakilpailujen kärkimaita. Romanianaiset ratkaisevat vaikeita tehtäviä, ja laativat niitä. Romanianlaisten matematiikkakilpailujen dokumentaatiosta saadaan aina lukea tehtävän laatijan nimi. Joka järjestämää kansainväliset matematiikkaolympialaiset, hän saa suorittaa eri maista lähetettyjen tehtävähdotusten esivalinnan, ennen kuin kaikkien osallistujamaiden muodostama kansainvälinen tuomaristo pääsee

Matematiikkaolympialaisten alkuunpanija Tiberiu Roman haastateltavana matematiikkaolympialaisten avajaisissa.

lopullista valintaa tekemään. Romanian esiraati oli ankara ja olympialaisten tehtäväsarjasta tuli todella vaativa. Ensi kertaa moneen vuoteen yksikään kilpailija ei saanut täyttä 42 pistettä, ja mitalirajat jäivät totuttua alemmas. Olympialaisten sääntöjen mukaan palkintoja saa enintään puolet kilpailijoista, ja kulta-, hopea- ja pronssimitalien lukumäärien tulee olla mahdollisimman tarkkaan suhteessa 1:2:3. Säännön mukaan ne 38 kilpailijaa, joiden pisteet olivat ainakin 28, palkittiin kultamitalilla. Parhaaseen pistemäärään, joka oli 39, pääsivät Ukrainan *Maksim Fedortšuk*, Romanian *Stefan Hornet* ja Unkarin *Tamas Terpai*. Hopeamitaliin oikeutti 19 pisteen suoritus ja pronssimitaliin 12 pisteen.

Tehtävien keskinäistä vaikeut-

käännä



ta voi arvioida vaikkapa katsomalla kultamitalinsaajien keskimääräisiä pisteitä. Helpoin tehtävä oli numero 1, josta kultamitalinsaajat saivat 6,8 pistettä, sitten tehtävä 2 (6,4), tehtävä 4 (6,3), tehtävä 5 (6,1) ja vaikeimpina tehtävät 3 ja 6 (3,7 pistettä).

Maiden paremmuutta ei matematiikkaolympialaisissa virallisesti mitata, epävirallisesti sitäkin innokkaammin. Parhaan yhteispistemäärän kokosivat Venäjä ja Kiina, Vietnamin, Romanian ja Bulgarian seuraamina. Ennakkosuosikit Iran ja Yhdysvallat menestyivät odotettua heikommin. Euroopan Unionin suoritukset eivät olleet huippuluokkaa – paras EU-maa Saksa oli 17.

Suomen joukkue oli valittu perinteisin kuvioin. MAOLin lukio-kilpailun kaksi kierrosta ja 13. Pohjoismainen matematiikkakilpailu huhtikuussa yhdessä valmennusvastausten kanssa olivat pohjana, kun toukokuiselle valinta- ja valmen-

nusleirille Päivölän Opistoon Valkeakoskelle koottiin kymmenkunta osallistujakandidaattia. Neljä valintakoetta muun informaation lisäksi johtivat lopulta yksiselitteiseen valintaan: Suomea edustivat *Anne-Maria Ernvall* Turusta, *Tuomas Hytönen* Espoosta, *Riikka Korte* Helsingistä, *Mikko Leppänen* Ruskosta, *Hannu Niemistö* Loimaalta ja *Vesa Riihimäki* Ähtäristä. Hytönen, Leppänen ja Riihimäki ovat Päivölän opiston kasvatteja. Kilpailumatka oli Niemistölle jo kolmas ja Hytöselle toinen. Joukkueen kaksi tyttöä – joukkueessamme on edellisen kerran ollut enemmän kuin yksi tyttö vuonna 1965 – olivat samalla sen kuopukset ja mahdolliset edustamaan Suomea tulevissakin kilpailuissa. Joukkueen johtajana ja samalla kansainvälisen tuomariston jäsenenä toimi dosentti *Kerkko Luosto*. Tämän kirjoittaja oli joukkueen varajohtajana.

Joukkueen suoritus ei ollut huo-

Suomen joukkue matematiikkaolympialaisten päättäjäisissä Romanian parlamenttitalossa. Vasemmalta Tuomas Hytönen, Vesa Riihimäki, Mikko Leppänen, Riikka Korte, joukkueen johtaja Kerkko Luosto, Hannu Niemistö ja Anne-Maria Ernvall.

no. Vaikeista tehtävistä huolimatta joukkueen yhteispistemäärä kaksinkertaistui viime vuodesta. Hannu Niemistö kesti hienosti ennakkosuosikin paineet ja ratkaisi tehtäviä hopeamitalin arvoisesti. Edellisen hopeamitalin matematiikkaolympialaisista on Suomeen tuonut *Taneli Huuskonen* vuonna 1982! Muut joukkueen jäsenet olivat melko tasaisia. Lähimmäs mitaleita pääsi kunniamaininnalla palkittu *Vesa Riihimäki*, jolta jäi puuttumaan yksi piste pronssimitalista. Suomalaisen pahimmaksi kompastuskiveksi osoittautui taas kerran geometria. Klassisen geometrian

1. Kiina	182	Ruotsi	66
2. Venäjä	182	43. Bosnia	65
3. Vietnami	177	Suomi	65
4. Romania	173	45. Argentiina	63
5. Bulgaria	170	46. Espanja	60
6. Valkovenäjä	167	47. Thaimaa	57
7. Korea	164	Kreikka	57
8. Iran	159	49. Kolumbia	55
9. Taiwan	153	Tsekinmaa	55
10. Yhdysvallat	150	51. Liettua	54
11. Unkari	147	52. Meksiko	53
12. Ukraina	136	Uusi-Seelanti	53
13. Japani	135	54. Tanska (5)	51
14. Jugoslavia	130	Belgia	51
15. Australia	116	56. Moldova	50
16. Turkki	109	57. Marokko	48
17. Saksa	108	58. Slovenia	46
18. Intia	107	59. Uzbekistan	42
19. Puola	104	60. Macao	41
20. Iso-Britannia	100	Islanti	41
21. Slovakia	88	62. Islanti	38
22. Latvia	86	63. Malesia	37
23. Italia	82	64. Kypros	35
24. Mongolia	78	Indonesia	35
25. Israel	78	66. Albania (5)	34
26. Kuuba	77	Azerbaidžhan	34
27. Etelä-Afrikka	77	68. Trinidad	33
28. Itävalta	75	69. Viro (4)	30
29. Brasilia	75	70. Portugal	29
30. Kanada	74	71. Luxemburg (2)	26
31. Hollanti	74	72. Uruguay (4)	25
32. Ranska	73	73. Filippiinit (4)	24
33. Sveitsi	73	74. Tunisia (4)	22
34. Hongkong	73	75. Guatemala	19
35. Kazakstan	72	76. Kirgisia (3)	15
36. Singapore	71	77. Turkmeenia (2)	13
37. Makedonia	71	78. Kuwait (4)	10
38. Georgia	68	Peru (2)	10
39. Norja	67	80. Venezuela (2)	8
40. Armenia	67	81. Sri Lanka (1)	6
41. Kroatia	66		

Joukkueiden yhteispisteet

tehtävästä 5 koko joukkue sai yhteensä kaksi pistettä. Kun monet joukkueet suorittavat geometrian tehtävät jo koulusta periytyvällä rutiinilla, vasta olympiavalmennuksessa geometrian opintonsa aloittaneiden ei ole mahdollista kivuta kovin korkealle maiden välisessä pistevertailussa tai saada yksilöinä huippupisteitä. Kultamitalien saanti Suomeen seuraavista olympialaisista, jotka pidetään Koreassa ensi kesänä, on siis edelleen aika epätoivokas.

40. Kansainvälisten matematiikkaolympialaisten tehtävät

1. Määritä kaikki äärelliset tasojoukot S , joissa on vähintään kolme pistettä ja jotka täyttävät seuraavan ehdon:

kun A ja B ovat joukon S kaksi eri pistettä, joukko S on symmetrinen janan AB keskinormaalien suhteen.

2. Olkoon n kiinteä kokonaisluku, jolle $n \geq 2$.
(a) Määritä pienin sellainen vakio C , että kaikilla reaaliluvuilla $x_1, \dots, x_n \geq 0$ pätee epäyhtälö

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j (x_i^2 + x_j^2) \leq C \left(\sum_{1 \leq i \leq n} x_i \right)^4.$$

- (b) Määritä, milloin yhtäsuuruus on voimassa, kun C on kuten yllä.

3. Tarkastellaan $n \times n$ -lautaa, missä n on kiinteä positiivinen parillinen kokonaisluku. Lauta koostuu n^2 yksikköruudusta. Kahden eri ruudun sanotaan olevan *vierekkäiset*, jos niillä on yhteinen sivu. Laudan N ruutua merkitään niin, että jokaisen laudan (merkityn tai merkittömän) ruudun vieressä on vähintään yksi merkitty ruutu. Määritä luvun N pienin mahdollinen arvo.

4. Määritä kaikki sellaiset positiivisten kokonaislukujen parit (n, p) , että

$$\begin{aligned} p & \text{ on alkuluku,} \\ n \leq 2p & \text{ ja} \\ (p-1)^n + 1 & \text{ on jaollinen luvulla } n^{p-1}. \end{aligned}$$

5. Ympyrät Γ_1 ja Γ_2 sisältyvät ympyrään Γ ja sivuavat ympyrää Γ eri pisteissä M ja N . Ympyrä Γ_1 kulkee ympyrän Γ_2 keskipisteen kautta. Ympyröiden Γ_1 ja Γ_2 leikkauspisteiden kautta kulkeva suora leikkaa ympyrän Γ pisteissä A ja B . Suorat MA ja MB leikkaavat ympyrän Γ_1 pisteissä C ja D . Todista, että suora CD sivuaa ympyrää Γ_2 .

6. Määritä kaikki sellaiset kuvaukset $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, että jokaisella $x, y \in \mathbf{R}$ on voimassa yhtälö

$$f(x - f(y)) = f(f(y)) + xf(y) + f(x) - 1.$$