MMO
PRAHA 1984

MATTI LEHTINEN:

KANSAINVÄLISET MATEMATIIKKA-OLYMPIALAISET 1984

25. Kansainväliset matematiikkaolympialaiset pidettiin **Prahassa 2.—10. heinäkuuta 1984.** Tavan mukaan tuomaristo kokoontui tehtävien laadintaan jo 29. kesäkuuta.

Olympialaisten suosio kasvaa jatkuvasti. Nyt oli mukana kaksi uutta maata, Norja ja Kypros. Kaikkiaan oli (yleensä kuusihenkisen) joukkueen lähettänyt 34 maata ja kilpailijoita oli yhteensä 192, näistä 15 tyttöjä.

Maksimipistemäärän, 42, saavutti 8 kilpailijaa; ensi kertaa kilpailujen historiassa tähän joukkoon mahtui yksi tyttö, DDR:n K. Gröger. Ensimmäisiä, toisia ja kolmansia palkintoja annettiin yhteensä 97; palkintoon oikeutti jo 17 pisteen suoritus. Palkittujen joukossa oli ilahduttavan paljon uusien maiden edustajia: mm. Kolombiaan, Norjaan ja Kyprokselle meni palkintoja.

Olympialaisten ohjelmaan oli sijoitettu tavanomaisen kaksipäiväisen kokeen lisäksi myös matemaattisesti lahjakkaiden lasten opetusta ja matematiikkakilpailuja käsitellyt seminaari, eri maiden matematiikkakilpailuja ja niihin liittyviä opetusmateriaaleja esitellyt näyttely sekä leikkimielisiä matemaattisia joukkuekilpailuja.

Kilpailujen juhlallisissa päättäjäisissä Prahan Kaarlen yliopiston vanhassa juhlasalissa esitetty Suomen kutsu 26:nsiin kansainvälisiin matematiikkaolympialaisiin otettiin vastaan myrskyisin suosionosoituksin. Myös vuosien 1986 ja 1988 matematiikkaolympialaisten pitopaikat ovat selvillä: Varsova ja Canberra. Sen sijaan vuoden 1987 olympialaisten järjestäjiksi ovat ilmoittautuneet sekä Ruotsi että Kuuba.

Suomen joukkue valittiin tavan mukaan lukion matematiikkakilpailun perusteella muodostetun kirjevalmennusryhmän parhaille kesäkuun alussa Helsingissä pidetyn valmennustilaisuuden yhteydessä. Joukkueeseen kuuluivat Jussi Rahola, Pekka Pitkänen, Jarno Varteva, Kai, Vuorilehto, Miikka Heinäsmäki ja Elmar Paananen. Joukkueen johtajana oli dos. Matti Lehtinen ja varajohtajana fil.lis. Hannu Rita.

Suomen 11. osallistuminen Kansainvälisiin matematiikkaolympialaisiin ei ollut erityisen menestyksellinen. Muutamien viime vuosien erinomaiset sijoitukset vaihtuivat nyt peräti 29:nteen sijaan, ja Suomen jälkeen jääneistä joukkueista kaksi oli vajaalukuisia. Romahduksen syitä lienee useita: edellisten vuosien erittäin korkeatasoisten joukkueiden aiheuttama valmennustarpeen virheellinen arviointi, lukion matematiikkakilpailun helpottumisesta johtuva terävimmän kärjen valikoitumisen vähentyminen, osittain tietokoneiden vetovoiman aiheuttama potentiaalisten tehtävänratkaisijoiden hakeutuminen muihin harrastuksiin, "uusien" matematiikkakilpailumaiden intensiiviset ponnistelut valmennuksessa jne. Suomi on ainakin vuodeksi eteenpäin sitoutunut osallistumaan matematiikkaolympialaisiin, eikä niistä vastaisuudessakaan liene syytä luopua. Sekä lyhyen että pitkän tähtäimen toimia on vakavasti harkittava kansainvälisen tason uudelleen saavuttamiseksi.

TEHTÄVÄT

1. kilpailupäivä 4.7.1984

1. Olkoot x, y ja z ei-negatiivisia reaalilukuja ja $x + y + z = 1$. Todista, että

$$0 \leq xy + yz + zx - 2xyz \leq \frac{7}{27}.$$

2. Määritä kaksi positiivista kokonaislukua a, b, joille pätee
(1) $ab(a + b)$ ei ole jaollinen 7:lla.
(2) $(a + b)^7 - a^7 - b^7$ on jaollinen luvulla 7^7.
Perustelu!

3. Tasossa on annettu pisteet A ja O. Jokaiselle $X \neq O$ merkitään a(X):llä säteiden OA ja OX välisen kulman suuruutta, mitattuna vastapäivään OA:sta radiaaneissa $(0 \leq (x) < 2\pi)$, ja C(X):lla O-keskistä ympyrää, jonka säteen pituus on $|OX| + \frac{a(X)}{|OX|}$. Oletetaan, että jokainen tason piste on väritetty yhdellä äärellisestä joukosta värejä. Osoita, että on olemassa piste Y siten, että $a(Y) > 0$ ja Y sekä jokin C(Y):n piste ovat samanväriset.

2. kilpailupäivä 5.7.1984

4. Olkoon ABCD kupera nelikulmio. Ympyrä, jonka halkaisija on AB, sivuaa suoraa CD. Osoita, että CD-halkaisijainen ympyrä sivuaa suoraa AB jos ja vain jos BC ja AD ovat yhdensuuntaiset.

5. Olkoon d tason kuperan n-kulmion ($n > 3$) kaikkien lävistäjien pituuksien summa ja p kyseisen n-kulmion piirin pituus. Osoita, että

$$n - 3 < \frac{2d}{p} < \left[\frac{n}{2}\right]\left[\frac{n+1}{2}\right] - 2.$$

([x] on suurin kokonaisluku, joka on pienempi tai yhtä suuri kuin x.)

6. Olkoot a, b, c ja d parittomia kokonaislukuja, $0 < a < b < c < d$, $ad = bc$ ja $a + d = 2^k$, $b + c = 2^m$ joillakin kokonaisluvuilla k, m. Osoita, että $a = 1$.

Koeaika 4½ tuntia.
Kustakin tehtävästä voi saada enintään 7 pistettä.

Matematiikkaolympialaisten tulokset:

1. Neuvostoliitto 235
2. Bulgaria 203
3. Romania 199
4. Unkari ja USA 195
6. Iso-Britannia 169
7. Vietnam 162
8. DDR 161
9. Saksan liittotasavalta 150
10. Mongolia 146
11. Puola 140
12. Ranska 126
13. Tsekkoslovakia 125
14. Jugoslavia 105
15. Australia 103
16. Itävalta 97
17. Hollanti 93
18. Brasilia 92
19. Kreikka 88
20. Kanada 83
21. Kolombia 80
22. Kuuba 67
23. Belgia ja Marokko 56
25. Ruotsi 53
26. Kypros 47
27. Espanja 43
28. Algeria 36 (vain 4 kilpailijaa)
29. Suomi 31
30. Tunisia 29
31. Norja 24 (vain 1 kilpailija)
32. Luxemburg 22 (vain 1 kilpailija)
33. Kuwait 9
34. Italia 0.