MATTI LEHTINEN:

20. KANSAINVÄLISET MATEMATIIKKAOLYMPIALAISET

Kahdennetkymmenennet koululaisten kansainväliset matematiikkaolympialaiset järjestettiin **Bukarestissa** 3.–13. heinäkuuta 1978. Kilpailijoita oli tällä kertaa 132, joista neljä tyttöjä. Täyden kahdeksanhenkisen joukkueen oli lähettänyt 16 maata, ja Kuuba kilpaili nelihenkisellä joukkueella. Osanottajamaiden luettelo sisältää negatiivisia yllätyksiä: matematiikkaolympialaisten kantavimpiin voimiin koko kilpailun parikymmenvuotisen historian ajan kuuluneet Neuvostoliitto, Unkari ja DDR olivat tuntemattomista syistä katsoneet parhaaksi jättäytyä pois. Nähtäväksi jää, mikä vaikutus tällä boikotilla on matematiikkaolympialaisten tulevaisuuteen.

Kilpailussa menestyi tällä kertaa parhaiten isäntämaa Romania. Saavutus on suureksi osaksi erittäin tarmokkaan valmennuksen ansiota – Romanian joukkue oli ollut koossa jo maaliskuulta asti ja noudattanut lukujärjestystä, joka sisälsi päivittäin kuusi tuntia matematiikkaa ja kaksi tuntia muita kouluaineita. Ei liene yksikäsitteisen selvää, että saavutettu voitto oikeuttaisi näin suuret uhraukset. Yksilötasolla parhaasta suorituksesta vastasi USA:n *Mark Kleiman,* joka oli mukana jo kolmatta kertaa.

Suomea edusti joukkue, joka valittiin viime vuoden lopulla ja tammikuun alussa pidettyjen karsintojen perusteella. Joukkueeseen kuuluivat *Ari Karppinen* (Suomussalmen lukio), *Seppo Korpela* (Padasjoen lukio), *Antti Laato* (Turun normaalikoulu), *Markku Markkanen* (Ristimäen lukio, Mikkeli), *Osmo Pekonen* (Ristimäen lukio), *Petri Toiviainen* (Jyväskylän normaalikoulu), *Antti Valmari* (Korkalovaaran lukio, Rovaniemi) ja *Ilkka Vuorio* (Ristimäen lukio). Markkasta lukuun ottamatta kaikki olivat ensikertalaisia. Joukkue osallistui kevään mittaan kirjeelliseen valmennukseen ja kesäkuun alkupäivinä pidettyyn nelipäiväiseen valmennustilaisuuteen. Näillä eväillä saavutettu tulos oli tänä vuonna selvästi aikaisempaa parempi. Erityisen ilahduttavaa oli Ruotsista saavutettu niukka voitto. Toisaalta on selvästi havaittavissa tasoero matematiikkakilpailuissa asemansa vakiinnuttaneisiin maihin. – Joukkueen johtajina toimivat fil.tri *Matti Lehtinen* ja fil.tri *Erkki Pehkonen* Helsingin yliopistosta. Samat henkilöt huolehtivat myös joukkueen valmennuksesta.

Henkilökohtaisessa kilpailussa Suomen joukkueesta ylsivät kolmanteen palkintoluokkaan *Markku Markkanen* ja *Antti Valmari.* Markkasen kolmannen tehtävän ratkaisu palkittiin lisäksi erikoisdiplomilla. Suorituksen arvoa korostaa se, että erikoisdiplomeja yksittäistehtävän erinomaisesta ratkaisusta jaettiin kilpailussa vain neljä kappaletta.

Kilpailujen päättäjäistilaisuudessa Ison Britannian delegaatio esitti kutsun 21. kansainvälisiin matematiikkaolympialaisiin, jotka tullaan pitämään heinäkuussa 1979, todennäköisesti Oxfordissa.

TEHTÄVÄT:

1. päivä

1. Olkoot m ja n luonnollisia lukuja, $n > m \geq 1$. Luvun 1978^m kymmen-

järjestelmäesityksen kolme viimeistä numeroa ovat samat kuin luvun 1978^n kymmenjärjestelmäesityksen kolme viimeistä numeroa. Määritä m ja n siten, että m + n on pienin mahdollinen.

(Kuuba, 6 pistettä)

2. Olkoon P kiinteä piste annetun pallon sisällä, ja A, B, C sellaisia pallon pinnan pisteitä, että PA, PB ja PC ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan. Määritä niiden pisteiden Q joukko, jotka ovat PA:n, PB:n ja PC:n määräämän suorakulmaisen särmiön P:stä alkavan lävistäjän toisia päätepisteitä.

(USA, 7 pistettä)

3. Positiivisten kokonaislukujen joukko jaetaan kahdeksi yhteispisteettömäksi osajoukoksi $\{f(1), f(2),..., f(n),...\}$, $\{g(1), g(2),..., g(n),...\}$, missä $f(1)<f(2)< ... <f(n)<...$, $g(1)<g(2)< ... <g(n)< ...$ ja $g(n) = g(f(n)) + 1$ kaikilla $n \geq 1$. Määritä f(240).

(Iso Britannia, 8 pistettä)

Koeaika 4 tuntia.

2. päivä

4. Kolmiossa ABC on AB = AC. Ympyrä sivuaa sisäpuolisesti kolmion ABC ympäri piirrettyä ympyrää sekä sivua AB pisteessä P ja sivua AC pisteessä Q. Osoita, että janan PQ keskipiste on kolmion ABC sisäänpiirretyn ympyrän keskipiste.

(USA, 5 pistettä)

5. Olkoon (a_k), k = 1, 2,..., n,..., jono keskenään eri suuria positiivisia kokonaislukuja. Osoita, että kaikilla n pätee

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{k^2} \geq \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$$

(Ranska, 6 pistettä)

6. Eräässä kansainvälisessä yhdistyksessä on 1978 jäsentä, jotka edustavat kuutta eri maata. Jäsenet on numeroitu 1, 2, ..., 1978. Osoita, että ainakin yhden jäsenen numero on kahden hänen maanmiehensä numeroiden summa tai kaksi kertaa erään hänen maanmiehensä numero.

(Hollanti, 8 pistettä)

Koeaika 4 tuntia.

Tehtävien ratkaisuja tullaan julkaisemaan seuraavissa MAA:n numeroissa

Tulokset

1. Romania	37	36	33	32	31	25	22	21	237
2. USA	40	31	30	29	26	26	22	21	225
3. Iso Britannia	39	28	27	24	24	21	20	18	201
4. Vietnam	30	29	25	24	24	23	23	22	200
5. Tsekkoslovakia	34	32	24	23	22	21	20	19	195
6. BRD	35	26	23	22	21	21	18	18	184
7. Bulgaria	29	25	24	23	21	21	21	18	182
8. Ranska	28	27	26	26	24	23	17	8	179
9. Itävalta	30	28	27	24	24	21	16	4	174
10. Jugoslavia	34	24	23	21	19	18	17	15	171
11. Hollanti	33	26	21	20	19	17	16	5	157
12. Puola	23	22	21	21	19	18	18	14	156
13. Suomi	24	22	16	14	14	12	8	8	118
14. Ruotsi	22	18	17	16	15	14	9	6	117
15. Kuuba	24	23	12	9					68
16. Turkki	15	14	12	9	9	4	2	1	66
17. Mongolia	16	14	11	6	4	4	3	3	61