MATTI LEHTINEN:

XVI KANSAINVÄLISET MATEMATIIKKA-OLYMPIALAISET 1974

XVI Kansainväliset matematiikkaolympialaiset järjestettiin 4.—16. 7. 1974 DDR:ssä. Varsinaisena kilpailupaikkana oli *Erfurt*, mutta kilpailujen tuomaristo työskenteli naapurikaupungissa *Weimarissa*, ja palkintojenjakoseremoniat pidettiin *Berliinissä*. Kilpailujen organisaatio toimi loistavalla saksalaisella täsmällisyydellä. Sekä kilpailun puitteet että kansainväliselle tuomaristolle kohdistetut viralliset huomionosoitukset — mm. opetusministerin vastaanotto — antoivat aavistaa, kuinka suuri merkitys DDR:ssä annetaan tämänkinlaiselle koululaisurheilulle.

Matematiikkaolympialaisten osanotto on vuosi vuodelta laajentunut. Tällä kertaa oli mukana 140 lukiotasoisessa oppilaitoksessa opiskelevaa tai juuri opintonsa päättänyttä alle 20-vuotiasta kilpailijaa 18:sta maasta. Kilpailijoista vain kaksi oli tyttöjä. Ensimmäistä kertaa oli mukana joukkueet Yhdysvalloista ja Pohjois-Vietnamista. Osanottajamaista oli nyt seitsemän sosialistisen leirin ulkopuolelta. Maiden välisessä epävirallisessa pistekilpailussa sijoittui jälleen odotetusti ensimmäiseksi *Neuvostoliitto*. Yllätyskakkosena oli *Yhdysvallat*, ja sitten seurasivat *Unkari*, *DDR*, *Jugoslavia*, *Itävalta* ja *Romania*. Täysin virheettomiksi arvosteltiin kuuden kilpailijan suoritukset. He edustivat Itävaltaa, Neuvostoliittoa, Ranskaa, Romaniaa, Ruotsia ja Unkaria.

Suomesta oli nyt kolmatta kertaa mukana kahdeksanmiehinen joukkue. Menestys vastasi odotuksia, joskaan ei toiveita: 111 pistettä 320:stä mahdollisesta ja 16. tila. Huonommin menestyivät vain Kuuba ja Mongolia, tosin Hollanti oli vain pisteen edellä. Suomen joukkue oli valittu nelikierroksisen karsintakilpailun perusteella. Kolmella ensimmäisellä kierroksella oli kilpailijoilla ratkaistavana kuuden tehtävän sarja ja vastausaikaa noin kuukausi. Neljäs kierros, jolle joukkueen valinnassa annettiin sama paino kuin kolmelle ensimmäiselle kierrokselle yhteensä, muodostui valvotusta neljän tunnin kokeesta, jossa ratkaistavia tehtäviä oli neljä. Valintapohja ei ollut järin leveä: ensimmäisellä kierroksella oli mukana 21 oppilasta, neljännellä 15. Joukkueeseen tulivat valituiksi *Kimmo Friman* (Tapiolan yhteiskoulu), *Osmo-Jukka Kanerva* (Hyvinkään uusi yhteiskoulu), *Tapani Matala-Aho* (Korkalovaaran lukio), *Juha Nummipuro* (Etelä-Kaarelan yhteiskoulu), *Jorma Rantakivi* (Turengin yhteiskoulu), *Klaus Sjöblom* (Tapiolan yhteiskoulu), *Kari Vilonen* (Helsingin normaalilyseo) ja *Simo Vuorinen* (Alavuden lukio). Heistä menestyi Erfurtissa parhaiten Kari Vilonen, jonka saamat 24 pistettä 40:stä mahdollisesta oikeuttivat kolmanteen palkintoon (ensimmäisiä, toisia ja kolmansia palkintoja jaettiin yhteensä 71). — Joukkueen johtajina ja samalla tuomariston jäseninä toimivat fil.lis. *Matti Lehtinen* ja rehtori *Jarmo Nyström*.

Suomen joukkueen heikohkosta menestyksestä ei tietenkään voi suoraan päätellä, että matematiikan opetus olisi muissa osallistujamaissa korkeampitasoisempaa kuin meillä, onhan matematiikkaolympialaisissa menestymisen salaisuus yleensä laajaan karsintakilpailuun perustuva kykyjenetsintä ja valitulle joukkueelle annettu tehokas erikoisvalmennus. Mutta jo se, että useissa maissa ollaan — toisin kuin meillä — valmiita uhraamaan runsaasti aikaa ja vaivaa tällaisiin järjestelyihin osoittaa, että koulumatematiikan arvostus ei Suomessa ole kovin korkea. Tämä heijastuu myös opettajakunnan asenteisiin. Olisivatko matematiikanopettajat meillä valmiit antamaan sen vapaaehtoisen työpanoksen, jonka maanlaajuinen moniportainen matematiikkakilpailu välttämättä vaatisi?

Ohessa julkaistavat matematiikkaolympialaisten tehtävät oli tavan mukaan valittu osallistujamaiden etukäteen kilpailun järjestäjille lähettämien ehdotusten joukosta. Tärkeimpiä valintakriteerejä on se, että tehtävien on oltava kaikissa osallistujamaissa ennalta tuntemattomia. Hyvän tehtäväsarjan laatiminen käy siten vuosi vuodelta vaikeammaksi. Tämänkertaisia tehtäviä ei yleensä pidetty onnistuneina. Kritiikki kohdistui ensi sijassa tehtävien 1 ja 4 liialliseen helppouteen, tehtävän 2 vanhanaikaisuuteen ja tehtävän 5 rutiininomaisuuteen. Suomalaisten saamat pisteet olivat etupäässä lähtöisin tehtävistä 1 ja 4, jotka yleensä oli osattu ratkaista oikein. Myös tehtävät 2 ja 5 tuottivat suomalaisille joitakin pisteitä, mutta tehtävät 3 ja 6 olivat liian vaikeita. — Tehtävien ratkaisuun oli varattu aikaa yhteensä kahdeksan tuntia jaettuna kahteen neljän tunnin kokeeseen. Tehtävien ratkaisut julkaistaan myöhemmässä numerossa, joten halukkaat lukijat voivat testata omia tai oppilaittensa taitoja.

XVI Kansainväliset matematiikkaolympialaiset

Tehtävät:

1. Henkilöt A, B ja C pelaavat seuraavaa peliä:
   Kolmelle kortille on kullekin merkitty eri kokonaisluku. Näille luvuille p, q, r on voimassa $0 < p < q < r$. Kortit sekoitetaan ja jokaiselle pelaajalle jaetaan niin monta kuulaa kuin kortissa oleva luku osoittaa. Kortit kootaan pois, mutta kuulat jäävät pelaajille. Peli (korttien sekoitus ja jako, kuulien jako ja korttien poiskerääminen) käydään läpi vähintään kahdesti. Viimeisen kierroksen jälkeen A:lla on 20, B:llä on 10 ja C:llä 9 kuulaa. B sai viimeisellä kierroksella r kuulaa. Kuka sai ensimmäisellä kierroksella q kuulaa?
   (USA, 5 pistettä)
2. Osoita, että silloin ja vain silloin, kun
   $$\sin A \sin B \leqq \sin^2 \frac{C}{2},$$
   on kolmion ABC sivulla AB sellainen piste D, että CD on AD:n ja DB:n geometrinen keskiarvo.
   (Suomi, 6 p.)
3. Osoita, että luku
   $$\sum_{k=0}^{n} \binom{2n+1}{2k+1} 2^{3k}$$
   ei ole jaollinen 5:llä, olipa n mikä luonnollinen luku tahansa.
   (Romania, 8 p.)
4. 8×8-ruutuinen shakkilauta jaetaan suorakaiteisiin siten, että ruudut säilyvät kokonaisina. Suorakaiteita on p kappaletta. Jako toteuttaa seuraavat ehdot:
   1. Jokaisessa suorakaiteessa on valkoisia ja mustia ruutuja yhtä monta.
   2. Jos a_i on i:nnen suorakaiteen valkoisten ruutujen lukumäärä, niin $a_1 < a_2 < \ldots < a_p$.

   Etsi suurin p:n arvo, jolla jako on mahdollinen. Määritä kaikki tähän p:n arvoon liittyvät mahdolliset jonot $a_1, a_2, \ldots, a_p$.
   (Bulgaria, 5 p.)
5. Määritä kaikki mahdolliset lausekkeen
   $$S = \frac{a}{a+b+d} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{b+c+d} + \frac{d}{a+c+d}$$
   arvot, kun a, b, c, ja d ovat positiivisia reaalilukuja.
   (Hollanti, 7 p.)
6. Olkoon P kokonaislukukertoiminen polynomi, joka ei ole vakio. Oletamme, että on olemassa täsmälleen $n(P)$ kokonaislukua k, jotka toteuttavat ehdon $[P(k)]^2 = 1$. Osoita, että
   $$n(P) - \deg(P) \leqq 2,$$
   missä $\deg(P)$ on polynomin P asteluku.
   (Ruotsi, 8 p.)