

Matematiikkaolympialaiset Tokiossa

MATTI LEHTINEN, dosentti; Maanpuolustuskorkeakoulu

Vuoden 2003 Kansainväliset matematiikkaolympialaiset - järjestyksessä jo 44:net - pidettiin Tokiossa 7. -19. heinäkuuta. Järjestäjänä oli Japanin matemaattisen yhdistyksen perustama Japanin matematiikkaolympiasäätiö, ja merkittävin sponsori oli Fujitsu.

Ensimmäiset päivät oli tavan mukaan varattu professori Yuji Iton johtamalle tuomaristolle tehtävien laadintaan. Joukkueet saapuivat kilpailupaikalle 11.7. Joukkueita oli lähettänyt 82 maata tai vastaavaa aluetta, ja kilpailijoita oli 457. Totuttuun tapaan kilpailijoiden sukupuolijakauma oli varsin vino: tyttöjä oli 30.

Kilpailupaikka oli Tokion Shinjuku-alakeskuksessa oleva Kansallinen nuorison olympiakeskus, majoitus-, liikunta- ja koulutustilojen muodostama kompakti ja arkkitehtonisesti vaikuttava kokonaisuus. Tuomariston ja joukkueiden asuminen lähekkäin korosti olympialaisten tiedeyhteisöluonnetta,

mutta johti ilmeisesti arvosteluvaiheessa hiukan epätoivottavaankin kommunikointiin. Tehtäväturvalisuudesta huolehdittiin kyllä niin, että tuomaristo siirrettiin kilpailua edeltäviksi päiviksi Tokion liepeille Makuhariin ja sen tietoliikenneyhteydet minimoitiin.

Tehtävät kuudesta maasta

Olympialaisten varsinaiset kilpailupäivät olivat 13. ja 14. heinäkuuta. Yli sadasta tehtävähedokkaasta olivat eri suodatusten jälkeen lopulliseen tehtäväsarjaan valikoituneet Brasilian, Bulgarian, Puolan, Suomen, Irlannin ja Ranskan ehdotukset. Kumpanakin päivänä ratkaistiin kolmea tehtävää neljän ja puolen tunnin ajan.

Tehtävät olivat ehkä hiukan tavallistakin vaikeammat. Se näkyi mitalikategorioiden pisterajoista, joiksi jäivät kultamitalin 29, hopeamitalin 19 ja pronssin 13. Täyden 42 pisteen suorituksen teki silti kolme kilpailijaa, Vietnamin

Hung Viet Bao Le ja Trong Canh Nguyen sekä Kiinan Fu Yunhao. Tehtäväsarjassa oli kaksi selvästi geometrista, kaksi lukuteoreettista, yksi kombinatorinen ja yksi algebrallinen tehtävä. Kumpanakin kilpailupäivänä ensimmäinen tehtävä (tehtävät 1 ja 4) olivat olenaisesti muita kahta helpompia.

Maiden kuusihenken joukkueiden välisen epävirallisen piste-kilpailun kärjessä oli hiukan yllättäen Bulgaria (227 pistettä), jonka tasainen suoritus riitti ohittamaan suosikit Kiinan (211) ja Yhdysvallat (188). Matematiikkaolympialaisissa aina kohtuullisen hyvin menestyneen Vietnamin (172) neljäs sija ennen Venäjää (167) oli sekin pieni yllätys. Kymmenen ensimmäisen joukkoon mahtuivat vielä Korea (157), Romania (143), Japani (131) sekä Iso-Britannia ja Unkari (128).

Japanin kruununprinssi päättäjäisjuhlassa

Varsinaisen matematiikkakilpailun oheisohjelmaksi oli järjestetty useita retkiä Tokion ja sen ympäristön nähtävyyksiin (joista suurimman suosion sai Tokion Disneyland). Kilpailujakson kruunasi 18. heinäkuuta palkintojenjako- ja päättäjäisjuhla, jota kunnioitti läsnäolollaan hänen keisarillinen korkeutensa kruununprinssi Naruhito. Matematiikkaa arvostaneessa puheessaan kruununprinssi tunnusti omat puutteensa tällä alueella.

Suomea edusti konkarijoukkue, jonka jäsenistä peräti viidellä oli aikaisempaa olympiakokemusta. Joukkueen suoritus oli tasainen ja piste-erot pieniä. Mitalikategori-



Kansallinen nuorison olympiakeskus edessä, taustalla Shinjukun pilvenpirtäjät. Alue kuuluu Tokion kaupunkiin.

aan, pronssille, pääsi Sotkamon lu-
kiosta kilpailutielle lähtenyt Miik-
ka Heikkinen.

Kunniamaininnan saivat Turun
klassikon lukion Niko Vuokko ja
saman kaupungin Puolalanmäen
lukion Aleksis Saarela. Muut jouk-
kueen jäsenet olivat Päivölän opis-
ton matematiikkalinjan Kaisa Ma-
tomäki, Porin suomalaisen yhteis-
koulun Markus Ojala ja Espoon
Olarin lukion Veli Peltola. Joukku-
een johtajana ja tuomariston suo-
malaisjäsenenä oli Matti Lehtinen
ja varajohtajana Antti Honkela.

Pohjoismaiden sijoituksia

Suomen 43 pistettä oikeuttivat
joukkuesijalukuun 55. Lähialuei-
den maista paras oli Norja (62 pis-
tettä) sijalla 42. Ruotsi (52) oli 48.,

Viro (47) 54., Islanti (33) 62. ja
Tanska (27) 66. Selittelyihin syy-
listymättä voi todeta, että Norjan
menestyksen takana oli edelleen
nyt jo seitsemänsiin (ja viimei-
siin!) matematiikkaolympialaisiin-
sa osallistunut ja hopeamitalilla
palkittu David Kunszenti-Kovacs
ja että Viron pistemäärän korotti
Suomen ohi liian myöhään havait-
tu arvostelukömmähdys.

Edellisvuosien tapaan voidaan
todeta, että olennaisin matema-
tiikkaolympialaisten "heikohkoja"
(kuten Suomi) ja "keskinkertaisia"
(kuten esim. useimmat Balkanin
maat) erotteleva tekijä on helpon
geometrisen tehtävän ratkaisemi-
sen osaaminen, jonka tausta taas
löytyy opetusme suuntautumi-
sesta. Kuvaavaa oli Bosnian jouk-

kueen johtajan puheenvuoro tuo-
maristossa. Hänen huolenaiheen-
sa oli tehtävän neljä ratkaisussa
hyödyllinen Simsonin lause, ei se,
osaavatko kilpailijat tämän, vaan
se, ymmärtävätkö he mainita asian
todistuksessaan, koska kyseinen
tieto kuuluu Bosniassa koulukurs-
sin itsestäänselvyksiin. Enemmis-
tö suomalaisten tähän tehtävään
antamista vastauksista sisälsi (toki
olympiavalmennuksessa esillä ol-
len) Simsonin lauseen todistuk-
sen, jota ei kuitenkaan mitenkään
palkittu arvostelussa.

Seuraavat matematiikkaolym-
pialaiset pidetään matematiikan
syntysijoilla, Ateenassa, heinä-
kuussa 2004. Vuosien 2005 ja 2006
olympialaisten järjestäjämaat ovat
luultavasti Meksiko ja Slovenia.

Kansainvälisten matematiikkaolympialaisten tehtävät

1. Olkoon joukon $S = \{1, 2, \dots, 1000000\}$ osajou-
kossa A tasan 101 alkioita. Todista, että joukossa S on
sellaiset luvut t_1, t_2, \dots, t_{100} että joukot
 $A_j = \{x + t_j \mid x \in A\}, j = 1, 2, \dots, 100$, ovat pareittain
yhteisalkiottomia.

2. Määritä kaikki ne positiivisten kokonaislukujen pa-
rit, joille

$$\frac{a^2}{2ab^2 - b^3 + 1}$$
 on positiivinen kokonaisluku.

3. Kuperan kuusikulmion jokaisella kahdella vastak-
kaisella sivulla on seuraava ominaisuus: sivujen keski-
pisteiden etäisyys on $\sqrt{3}/2$ kertaa sivujen pituuksien
summa. Osoita, että kuusikulmion kulmat ovat yhtä
suuria.

4. Olkoon $ABCD$ jänneleikulmio. Olkoot P, Q ja
 R pisteen D kohtisuorat projektiot suorilla BC, CA

ja AB , tässä järjestyksessä. Osoita, että $PQ = QR$,
jos ja vain jos kulmien $\angle ABC$ ja $\angle ADC$ puolittajien
leikkauspiste on suoralla AC .

5. Olkoon n positiivinen kokonaisluku ja olkoot $x_1,$
 x_2, \dots, x_n reaalilukuja, joille pätee $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$.

(a) Osoita, että

$$\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j| \right)^2 \leq \frac{2(n^2 - 1)}{3} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i - x_j)^2$$

(b) Osoita, että edellisessä epäyhtälössä vallitsee
yhtäsuuruus, jos ja vain jos x_1, x_2, \dots, x_n on aritmeet-
tinen jono.

6. Olkoon p alkuluku. Osoita, että on olemassa sellai-
nen alkuluku q , että $n^p - p$ ei millään kokonaisluvulla
 n ole jaollinen q :lla.